

# 空间耦合量子LDPC码的译码研究

石莎<sup>1</sup>, 张毅军<sup>2</sup>, 朱高辉<sup>1</sup>, 程承坤<sup>1</sup>, 肖卓彦<sup>1</sup>, 王增斌<sup>3</sup>, 王云江<sup>1,4,5\*</sup>

(1. 西安电子科技大学通信工程学院, 陕西西安 710071; 2. 国防科技大学试验训练基地, 陕西西安 710106;  
3. 北京量子体系科技股份有限公司, 北京 100095; 4. 西安电子科技大学广州研究院, 广东广州 510555;  
5. 西安电子科技大学杭州研究院, 浙江杭州 311231)

**摘要:** 空间耦合量子LDPC(Spatially-Coupled Quantum Low-Density Parity-Check, SC-QLDPC)码在分布式量子计算体系中有重要应用, 然而如何实现相应的低时延高效译码是其在实际应用中面临的核心挑战. 本文聚焦SC-QLDPC码在滑动译码过程中, 由窗口译码错误传播引起的连锁反应对译码性能所造成的严重影响这一问题, 针对适用于SC-QLDPC码的量子双窗口滑动译码算法提出了双窗口回溯优化译码策略, 给出了译码过程中扩大窗口的性价比度量方法, 讨论了在量子滑动回溯时, 选择最佳回溯窗口大小的策略. 实验表明, 本文提出的量子滑动译码的回溯策略可以在译码复杂度和性能上实现优化均衡, 解决了量子滑动译码过程中由窗口大小的不当选择带来的错误传播所造成的译码性能显著下降的问题.

**关键词:** 量子计算; 量子纠错; 空间耦合码; 滑动译码; 错误抑制; 量子LDPC码

**基金项目:** 广东省自然科学基金(No.2023A1515010671); 陕西省重点研发计划(No.2024YBXM-069, No.2023-YBGY-206); 陕西省高校青年创新团队计划项目

**中图分类号:** TN91

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112(2025)07-2222-07

**电子学报URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.12263/DZXB.20250007

## Research on the Decoding of Spatially-Coupled Quantum LDPC Codes

SHI Sha<sup>1</sup>, ZHANG Yi-jun<sup>2</sup>, ZHU Gao-hui<sup>1</sup>, CHENG Cheng-kun<sup>1</sup>, XIAO Zhuo-yan<sup>1</sup>,  
WANG Zeng-bin<sup>3</sup>, WANG Yun-jiang<sup>1,4,5\*</sup>

(1. School of Telecommunications Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China;  
2. Test Center, National University of Defense Technology, Xi'an, Shaanxi 710106, China;  
3. Quantah Systems Sci. & Tech. Stockholdings Ltd., Beijing 100095, China;  
4. Guangzhou Institute of Technology, Xidian University, Guangzhou, Guangdong 510555, China;  
5. Hangzhou Institute of Technology, Xidian University, Hangzhou, Zhejiang 311231, China)

**Abstract:** Spatially-coupled quantum LDPC (SC-QLDPC) codes have significant applications in distributed quantum computing systems, yet achieving corresponding low-latency and efficient decoding remains a core challenge in their practical implementation. This paper focuses on the severe impact of chain reactions caused by error propagation during sliding window decoding of SC-QLDPC codes on decoding performance. We propose a dual-window backtracking optimization decoding strategy for quantum dual-window sliding decoding algorithms applicable to SC-QLDPC codes. A cost-performance metric method for window expansion during decoding is presented, and strategies for selecting optimal small backtracking windows during quantum sliding window backtracking are discussed. Experimental results demonstrate that the proposed quantum sliding window backtracking strategy achieves optimized balance between decoding complexity and performance, effectively addressing the significant performance degradation caused by improper window size selection and error propagation during quantum sliding window decoding processes.

**Key words:** quantum computing; quantum error correction; spatially-coupled codes; sliding window decoding; error suppression; quantum LDPC codes

**Foundation Item(s):** Natural Science Foundation of Guangdong Province (No.2023A1515010671); Key Research and Development Project of Shaanxi Province (No.2024YBXM-069, No.2023-YBGY-206); Shaanxi Provincial Young Innovative Teams in Higher Education

## 1 引言

与经典计算大为不同的是,植根于微观物理体系的量子计算硬件极易出错,概率约为经典计算情形的万万亿倍.另一方面,对量子计算而言,若要超越经典计算实现具有颠覆性影响的实际应用,则须有规模化的量子比特进行可靠(容错)的运算<sup>[1]</sup>.为此,提高量子系统的抗噪声纠错能力,成为量子计算进一步发展所面临的核心挑战<sup>[2]</sup>.近年来,量子计算在硬件发展方面正逐步形成模块化(Modular,又称分布式)量子芯片架构的发展趋势,以解决量子芯片硬件平台的高质量扩展问题<sup>[3]</sup>.相应的,针对分布式量子计算体系设计相应的量子纠错方案,是目前量子纠错领域的一个重要课题.

受空间耦合低密度奇偶校验(Spatially-Coupled Low-Density Parity-Check, SC-LDPC)码所依托的比特模块化分布特征启发<sup>[4]</sup>,针对分布式量子计算系统设计与之相适应的空间耦合量子 LDPC(SC-QLDPC)码成为一个自然的选择.同时,量子双窗口滑动译码算法也给基于 SC-QLDPC 码纠错机制的分布式量子计算提供了重要译码方案<sup>[5]</sup>.然而,随着 SC-QLDPC 码耦合长度的增加,译码过程中所产生的错误会随着滑窗译码迭代过程沿着窗口广泛传播,如此累积将会导致译码性能的快速下降,造成译码崩溃.为此,在译码过程中有针对性的设计错误抑制方案格外重要<sup>[6]</sup>.

近年来,在经典的空间耦合 LDPC 码领域,滑窗译码算法错误抑制一直是备受关注的热点问题.在文献[7]中,作者提出在检测到译码器停滞时,可以增加迭代次数来抑制错误传播,通过牺牲一定的译码时延来避免译码性能出现明显下降.文献[8]中,作者提出了一种及时止损策略,当译码过程中监测到停滞时,则停止译码窗口往后移,结束本次译码.这虽然有助于减少错误累积,但显然会降低译码器的纠错能力.最近的工作表明,在滑动窗口译码的过程中,还可以通过掺杂已知校验节点和变量节点,以获得更多确定信息去帮助译码,从而减少窗口译码过程中可能产生的错误<sup>[9]</sup>.

从量子纠错译码的角度来看,由于量子比特的相干时间短,出错概率高,所以实现快速且具有一定可靠度的译码变得十分重要.考虑到对于 SC-QLDPC 码而言,窗口内一般使用量子置信传播(Belief Propagation, BP)算法,文献[7]中提到的增加迭代次数的策略,一般需要的迭代次数较高,当译码陷入停滞,通过往前回溯窗口并提高译码迭代次数的方案并不能显著提升译码性能,反而会造成译码时延增加明显,性能仍难以令人满意.文献[8]中提出的提前终止的及时止损策略虽然译码时延没有增加,但译码性能却会受到明显影响而下降.为此,如何针对 SC-QLDPC 码,实现译码复杂度

和性能的优化平衡变得尤为关键.

回溯扩大窗口的方法在抑制窗口译码错误传播方面,虽然也牺牲了一定的译码时延,但译码性能改进却要相对显著得多<sup>[9]</sup>.本文中,我们将其引入到 SC-QLDPC 码的双窗口滑动译码中,以此为基础设计译码过程中的错误抑制方案,并研究了合适的译码回溯扩大窗口尺寸的选择策略,评估方法等对译码算法的复杂度和性能表现都有重要影响的因素.具体工作包括以下两点.

(1)在 SC-QLDPC 码译码方案的基础上,设计了基于 BP 译码的窗口优化方法,在借鉴空间耦合码滑窗译码过程中的错误传播控制策略的基础上,利用回溯扩大窗口的方法在抑制窗口译码错误传播方面的优势,提出了一种量子双窗口滑动译码的改进策略,得到了窗口优化的理论依据.通过实验仿真与分析验证,结果表明本文针对 SC-QLDPC 码所提出的双窗口回溯策略具备优良的性能复杂度.

(2)本文基于量子双窗口滑动算法给出了窗口回溯策略优化算法的理论基础,通过变量节点之间的校验梯度关系明确了最佳窗口扩大大小的选择依据.最后我们从复杂度和性能的平衡对比方面,对本文所提策略进行了实验仿真验证,取得了和理论分析一致的结果.

## 2 量子双窗口滑动译码的错误抑制

SC-QLDPC 码又被称为卷积量子 LDPC 码,包括咬尾卷积与非咬尾卷积两种形式.本文主要关注非咬尾卷积型 SC-QLDPC 码的译码优化设计.我们知道,非咬尾卷积 LDPC 码可基于原模图策略来构造<sup>[4]</sup>,其所对应的校验矩阵往往可视为一个块对角阵,通过滑窗译码算法在译码的复杂度(减低译码延迟)和性能(提高译码准确率)之间实现优化平衡<sup>[10]</sup>.对于 SC-QLDPC 码而言,其校验矩阵则由相互对易的两个稀疏块对角阵  $H_X$  和  $H_Z$  构成,用以分别检测比特反转错误( $X$ )和相位错误( $Z$ ).矩阵  $H_X$  和  $H_Z$  有着和经典 SC-LDPC 码的校验矩阵相类似的对角结构(如图 1),使得我们可以采用双窗口滑动译码的策略<sup>[5]</sup>.

### 2.1 量子双窗口滑动译码的回溯扩大窗口方案

经典的滑窗译码算法在未接收到完整码字时,使用局部奇偶校验矩阵译码降低译码时延.当窗口滑动到某一位置译码时,如果当前已知的信息未能纠正某个错误,则会引起错误的累积传播,严重时将导致译码失败.基于此,译码中的错误如何控制以抑制其传播,是 SC-LDPC 码滑窗译码算法在设计中所要重点考虑的问题<sup>[6]</sup>.事实上,SC-QLDPC 码的量子双窗口滑动译码也存在同样的错误累积传播问题.直观地,我们

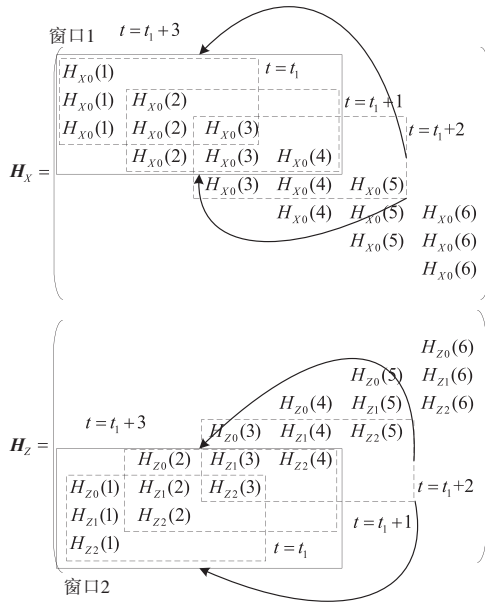


图1 量子双窗口滑动窗口译码优化方案示意图

可借鉴经典的扩大窗口译码思路,针对量子双窗口滑动译码引入回溯扩大窗口译码算法,其思路可由图1给出.如图所示,设定 $t=t_1, t=t_1+1, t=t_1+2, t=t_1+3$ 四个时刻(每个时刻分别对应窗口1和窗口2上下两个窗口),由量子双窗口滑动译码算法可知,译码窗口1在 $H_x$ 矩阵非零对角带上从左往右有序滑动,同步地,译码窗口2在 $H_z$ 矩阵非零对角带上从左往右有序滑动<sup>[5]</sup>.不妨设观测跨度 $r=3$ ,时刻 $t=t_1, t=t_1+1, t=t_1+2$ 的译码输出都提示失败时,设定译码停滞检测,并进行扩大窗口译码处理.归结进图1,若译码窗口1、2所处的 $t=t_1+3$ 时刻是停滞位置时,我们将双窗口重新回溯到 $t=t_1$ 时刻,使用扩大后的窗口(本例中将窗口大小从 $W=3$ 扩大到 $W=5$ ,分别由虚线矩形和实线矩形表示)对目标量子比特重新译码.若译码成功,则通过停滞检测点,并恢复初始窗口大小,接着往后译码.

## 2.2 窗口回溯大小设计准则

在进行回溯扩大窗口大小的过程中,如何选择扩大后的窗口大小对算法复杂度与译码性能之间的平衡起着决定性作用.在此,我们基于原模图耦合来提出回溯过程中确定窗口大小的方案,并分别从算法复杂度与译码性能两个维度展开深入分析.为便于讨论,设定原始窗口大小 $W=3$ ,耦合宽度 $M=2$ ,如图2所示,译码过程中出现错误时,该错误的产生来自三组校验(变量)节点.其中需要关注的是,尽管待译码的量子比特的变量节点均包含于当前译码窗口内,但紧接着的两组变量节点所关联的校验方程,依然与其他变量节点

存在紧密联系,这种联系会持续影响后续变量节点的译码.这样的性质在原模图耦合结构中反映为位置邻近的变量节点在译码过程中相互的影响更为关键;而相距越远的变量节点,其相互间的作用对译码的影响程度则相对越弱.

以图2为例,设定初始窗口大小 $W=3$ ,时刻 $t=t_1$ 窗口的第三组变量节点就是时刻 $t=t_1+2$ 窗口的第一组变量节点,故其与时刻 $t=t_1+2$ 窗口的第二、三组变量节点存在一级校验关系,同时,时刻 $t=t_1$ 窗口的第三组变量节点虽然与后续的变量节点不直接相连,但也通过耦合作用存在二级校验关系.时刻 $t=t_1$ 窗口内的待译码量子比特对窗口内的第二、三组变量节点存在一级校验关系,对时刻 $t=t_1+2$ 窗口的第二、三组变量节点存在二级校验关系,与时刻 $t=t_1+2$ 窗口外的后续变量节点存在三级校验关系.由此可见,若某个窗口内具有一级校验关系的变量节点在进行译码后结果不理想,此时应优先考量与之相关的具有二级校验关系的变量节点,而二级变量节点的数量与耦合宽度 $M$ 有关.仍以图2为例,耦合宽度 $M=2$ ,待译码量子比特的一级校验关系的窗口大小 $W=3$ ,对应二级校验关系的窗口大小 $W+2=5$ ,对应三级校验关系的窗口大小 $W+2+2=7$ .据此,窗口大小的梯度 $W_{deg}$ 与层级相对应,可以表示为 $(M+1)+(n-1) \times M$ ( $n$ 为层级数).在图2中,耦合宽度 $M=2, W_{deg}=\{3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$ ,所以当初始窗口大小设定为3或者4时,回溯扩大窗口应选择梯度中邻近的值5.该回溯扩大窗口方案从原模图的耦合结构出发,能充分考量算法复杂度和译码性能的平衡,并给出合适的窗口扩大方案选择.

根据文献[7],算法复杂度可以通过每个窗口内迭代次数 $I$ 与窗口大小 $W$ 的乘积来度量.那么,如果使用 $N_w$ 表示译码所有空间位置 $L$ 所需的窗口数,窗口 $i$ 的窗口大小用 $\omega_i$ 表示,窗口内迭代次数用 $I_i$ 表示,那么译码的平均复杂度 $\bar{C}$ 可定义为<sup>[7]</sup>

$$\bar{C} = \frac{1}{N_w} \sum_{i=1}^{N_w} I_i \cdot \omega_i \quad (1)$$

对于译码而言,其算法复杂度由两部分组成,其一是正常译码过程顺利,未遇到译码停滞的情况,此时不需要回溯扩大窗口,该部分算法复杂度由初始窗口大小所决定,定义为 $C_0$ ;其二是以初始窗口大小译码时遇到译码停滞的情况,此时需要回溯扩大窗口,该部分算法复杂度由回溯扩大后的窗口大小所确定,定义为 $C_1$ .若整个译码过程中均未遇到译码停滞的情况,则 $C_1$ 为0;若遇到译码停滞的情况则需要回溯译码,而不同的窗口大小选择会导致不同的 $C_1$ 大小,进而影响整个译码算法复杂度.

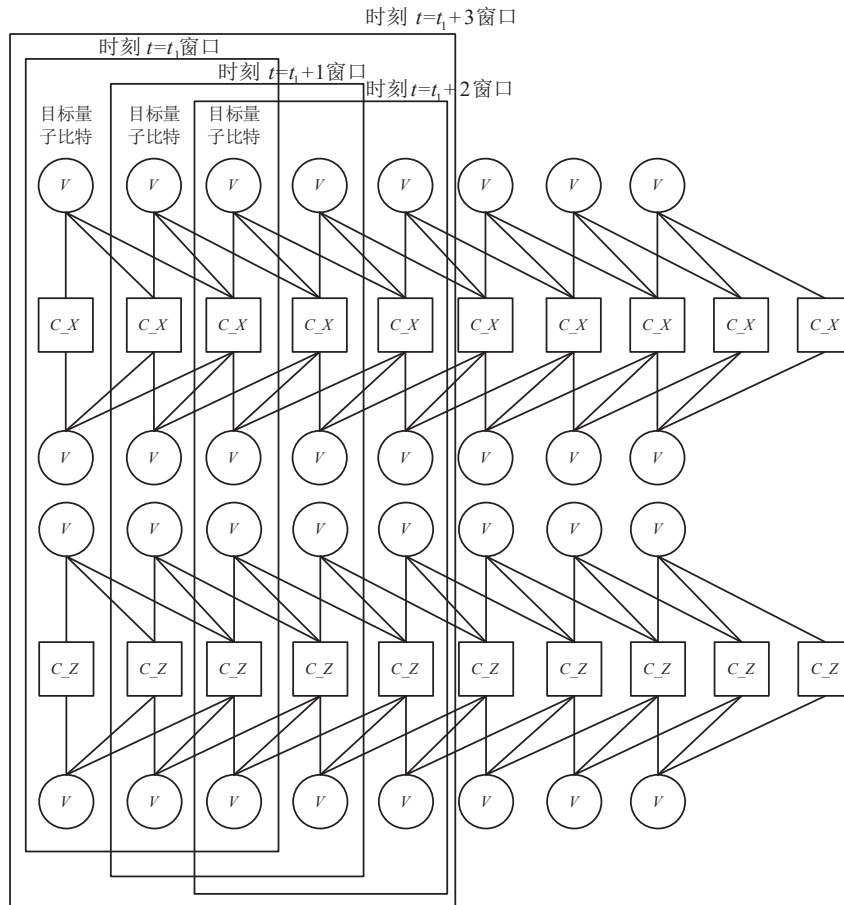


图 2 量子双窗口滑动窗口译码扩大窗口原理图

### 2.3 最佳回溯窗口大小分析

本节中,我们采用文献[11]所提供的方法构造了三组 SC-QLDPC 码(包括不同的码长、码率以及耦合长度等)对前面提出的窗口回溯大小进行详细的数值分析. 我们使用的量子信道为退极化信道( $1-p$  的概率不发生错误,  $p/3$  的概率发生 X 错误,  $p/3$  的概率发生 Y 错误,  $p/3$  的概率发生 Z 错误). 首先构造[[1116, 620]]的 SC-QLDPC 码,该码耦合长度为 6,耦合宽度为 2,行重为 18,列重为 3. 译码算法的初始窗口大小  $W=3$ ,每个窗口内的迭代次数上限设为  $I=50$ ,在每个窗口内译码时,若译码成功则停止迭代并进入下一个窗口译码,若达到译码迭代上限同样停止迭代并进入下一个窗口译码. 出现连续几次(如 3 次)窗口内译码均达到迭代次数上限的情况判定为译码停滞. 为有效抑制错误传播的影响,遇到译码停滞时则将窗口回溯至第一次出现迭代上限的时刻,选择扩大窗口大小继续译码. 考虑到初始窗口大小为 3,代入方程(1)中可以得到此时的平均复杂度为 150 次迭代. 换言之,不使用扩大窗口大小译码策略,维持固定窗口大小译码时,在译码器停滞时  $C_0=150$ .

在表 1 中,我们分析了各种策略的复杂度和性能之间的关系,其中  $W=3$  代表译码器在初始窗口大小(这里设为 3)译码停滞,按照新的大小为  $W$  的窗口继续译码,类似的  $W=4$  新的窗口大小为 4,其他情况以此类推.  $\Delta_C$  代表窗口扩大重新译码相较初始窗口大小的复杂度增量,即  $\Delta_C = \overline{C}_N - \overline{C}_0$ ,这里  $\overline{C}_N$  是窗口大小调整所导致的整体译码复杂度.  $\Delta_p$  表示窗口大小扩大后相较原窗口大小误比特率在极化噪声  $P$  下的减少量,即  $\Delta_p = \text{BER}_B - \text{BER}_N$ ,这里  $\text{BER}_B$  和  $\text{BER}_N$  分别是初始窗口和回溯扩大窗口下,极化噪声强度为  $P$  时的误比特率. 这样,我们可以利用  $\Delta_p/\Delta_C$  作为衡量译码算法复杂度和性能间的性价比指标,其物理含义是每增加一次迭代的算法复杂度,误码率相较于维持原窗口大小不变算法的误码率减少的量.

从表 1 数据可知,当初始窗口大小  $W=3$ ,耦合宽度  $M=2$ ,而回溯扩大窗口大小  $W=5$  时,  $\Delta_p/\Delta_C$  达到峰值,表明其在算法复杂度和译码能力之间的平衡更具性价比. 另外可见,回溯扩大窗口大小  $W=4$  时的  $\Delta_p$  较低,表明其较  $W=3$  的情况,译码性能提升有限,原因在于窗口大小增加 1 时不能提供够多的二级变

表1 极化噪声  $P=0.02$ , 耦合长度为6, 耦合宽度为2的SC-QLDPC码在不同回溯窗口下的译码复杂度和误比特率数值分析

译码器	平均复杂度 $\bar{C}$	$\Delta_C$	BER	$\Delta_P$	$\Delta_P/\Delta_C$
$W=3$	150	0	$1.40 \times 10^{-3}$	0	—
$W=4$	183.74	33.74	$9.80 \times 10^{-4}$	$4.20 \times 10^{-4}$	$1.24 \times 10^{-5}$
$W=5$	193.39	43.39	$5.90 \times 10^{-4}$	$8.10 \times 10^{-4}$	$1.87 \times 10^{-5}$
$W=6$	220.82	70.83	$4.80 \times 10^{-4}$	$9.20 \times 10^{-4}$	$1.30 \times 10^{-5}$

量节点信息,但由此窗口扩大所导致的算法复杂度  $\Delta_C$  却明显增加,所以  $W=4$  时  $\Delta_P/\Delta_C$  指标并不理想.

当回溯扩大窗口大小  $W=5$  时,译码窗口大小增加2可以得到全部的二级变量节点信息,明显提高译码性能.当回溯扩大窗口大小  $W=6$  时,译码窗口大小增加3虽说也可以获得全部的二级变量节点信息,但多出的三级变量节点提供的信息较少,且多数情况下扩大窗口  $W=5$  时便可成功译码,反而较之  $W=5$  的

情况,多增加的窗口会造成译码复杂度明显增加,导致  $\Delta_P/\Delta_C$  指标减小.

同样的,采用文献[11]中的方法,我们还构造了耦合长度为7,耦合宽度为2的[[1302, 744]]的SC-QLDPC码以及耦合长度为8,耦合宽度为2的[[1488, 868]]的SC-QLDPC码,相应的复杂度和性能间的变化关系如表2和表3所示.我们容易得到与耦合长度为6的[[1116, 620]]SC-QLDPC码相类似的结果.

表2 极化噪声为  $P=0.02$ , 耦合长度为7, 耦合宽度为2的SC-QLDPC码在不同回溯窗口下的译码复杂度和误比特率数值分析

译码器	平均复杂度 $\bar{C}$	$\Delta_C$	BER	$\Delta_P$	$\Delta_P/\Delta_C$
$W=3$	150	0	$1.50 \times 10^{-3}$	0	—
$W=4$	173.30	23.30	$1.00 \times 10^{-3}$	$5.00 \times 10^{-4}$	$2.15 \times 10^{-5}$
$W=5$	177.06	27.06	$6.10 \times 10^{-4}$	$8.90 \times 10^{-4}$	$3.29 \times 10^{-5}$
$W=6$	180.13	30.13	$5.40 \times 10^{-4}$	$9.60 \times 10^{-4}$	$3.19 \times 10^{-5}$

表3 极化噪声为  $P=0.02$ , 耦合长度为8, 耦合宽度为2的SC-QLDPC码在不同回溯窗口下的译码复杂度和误比特率数值分析

译码器	平均复杂度 $\bar{C}$	$\Delta_C$	BER	$\Delta_P$	$\Delta_P/\Delta_C$
$W=3$	150	0	$1.70 \times 10^{-3}$	0	—
$W=4$	173.22	23.22	$1.40 \times 10^{-3}$	$3.00 \times 10^{-4}$	$1.29 \times 10^{-5}$
$W=5$	181.41	31.41	$8.50 \times 10^{-4}$	$8.50 \times 10^{-4}$	$2.71 \times 10^{-5}$
$W=6$	224.35	74.35	$7.10 \times 10^{-4}$	$9.90 \times 10^{-4}$	$1.33 \times 10^{-5}$

### 3 实验仿真

在本节,我们考察本文提出的量子双窗口滑动译码算法在不同的窗口优化回溯策略下的性能表现.不失一般性,我们的数值仿真用例采用上节所构造的三个SC-QLDPC码.具体的数值结果分别如图3所示.容易看到,在SC-QLDPC码的耦合长度为6、7以及8的三种情形下,若其耦合宽度为2,那么译码回溯窗口大小为5的策略,显然可取得更为明显的性能增益.例如,在图3(a)中,当极化强度  $P=0.02$  时,采用初始窗口大小为3的量子双窗口滑动译码算法时,[[1116, 620]]的误比特率在  $1.40 \times 10^{-3}$  左右,而当回溯窗口设为4时,同样的译码算法下该码的误比特率也仅降低到了  $9.80 \times 10^{-4}$  左右,即30%左右.同时,我们注意到迭代次数也从150提高到了184左右(如表1),即增加了23%.而当译码回溯窗口大小设为5时,该码的误比特率也仅

降低到了  $5.90 \times 10^{-4}$  左右,同时所增加的译码迭代次数仅仅相对窗口大小为4的情形平均增加了不到10.而相对初始窗口大小为3的情形,误比特率的下降达到58%左右,同时译码迭代次数提高了29%.我们最后考察译码回溯窗口大小设为6的情形,同样是在极化噪声强度  $P=0.02$  时,该码的误比特率大约在  $4.80 \times 10^{-4}$ ,此时的译码迭代次数也达到了221左右,即相比初始窗口大小为3的译码策略而言,误比特率下降了66%左右,迭代次数增加了47%.

为了更清楚地看到误比特率和迭代次数的同步变化,我们在图4中展示了不同回溯窗口下的  $\Delta_P/\Delta_C$  变化率.易见,无论与窗口大小为4的情形还是为6的情形相比,每增加一次迭代,窗口大小设为5时所取得的性能增益显然更为显著.同样的变化趋势也可以从图3(b)和图3(c)中看到(受篇幅所限不再详细给出相应图示).

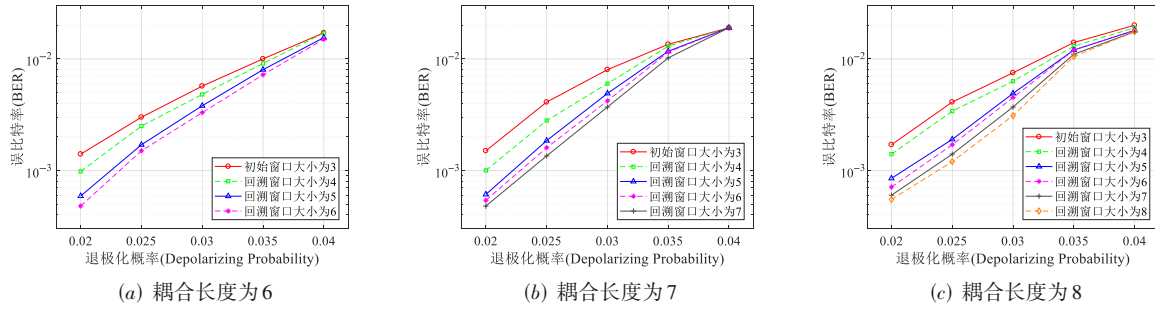


图 3 不同回溯窗口下耦合长度分别为 6、7、8 的量子双窗口滑动优化算法译码性能

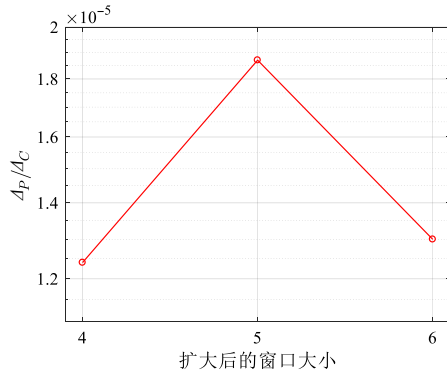


图 4 耦合长度为 6 的量子双窗口滑动优化算法性能与复杂度分析

## 4 结束语

本文主要针对 SC-QLDPC 码在译码过程中容易出现的错误传递累积问题进行了研究. 受经典纠错编码理论中 SC-LDPC 码的滑动窗口译码优化算法的启发, 并结合量子纠错码本身的结构特征和译码特点, 提出了基于译码回溯窗口扩大的 SC-QLDPC 码的量子双窗口滑动的优化译码方案, 阐述了刻画译码复杂度和性能之间优化平衡的度量方法, 给出了如何基于变量节点之间的梯度关联关系以指导最佳窗口的选择, 并从奇偶校验矩阵和原模图两个角度阐述了这个方案的原理. 最后, 我们通过实验仿真不同的耦合长度以及不同的回溯窗口大小验证了本文所提方案在译码性价比上的优异表现.

## 参考文献

- [1] CASTELVECCHI D. Underdog technologies gain ground in quantum-computing race[J]. *Nature*, 2023, 614(7948): 400-401.
- [2] AI G Q. Suppressing quantum errors by scaling a surface code logical qubit[J]. *Nature*, 2023, 614(7949): 676-681.
- [3] GOLD A, PAQUETTE J P, STOCKKLAUSERA, et al. Entanglement across separate silicon dies in a modular superconducting qubit device[J]. *NPJ Quantum Information*, 2021, 7: 142.
- [4] MITCHELL D G M, LENTMAIER M, COSTELLO D J. Spatially coupled LDPC codes constructed from protographs[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2015, 61(9): 4866-4889.
- [5] 王云江, 朱高辉, 杨宇霆, 等. 空间耦合量子 LDPC 码的双窗口滑动译码[J]. *西安电子科技大学学报*, 2024, 51(1): 11-20.
- [6] WANG Y J, ZHU G H, YANG Y T, et al. Double windows sliding decoding of spatially-coupled quantum LDPC codes[J]. *Journal of Xidian University*, 2024, 51(1): 11-20. (in Chinese)
- [7] ZHU M, MITCHELL D G M, LENTMAIER M, et al. Error propagation mitigation in sliding window decoding of spatially coupled LDPC codes[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Information Theory*, 2023, 4: 470-486.
- [8] KLAIBER K, CAMMERER S, SCHMALEN L, et al. Avoiding burst-like error patterns in windowed decoding of spatially coupled LDPC codes[C]//2018 IEEE 10th International Symposium on Turbo Codes & Iterative Information Processing (ISTC). Piscataway: IEEE, 2018: 1-5.
- [9] HE Z T, PENG K W, SONG J, et al. Efficient sliding window decoding of spatially coupled LDPC codes for broadcasting[C]//2020 IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech). Piscataway: IEEE, 2020: 102-105.
- [10] ZHU M, MITCHELL D G M, LENTMAIER M, et al. A novel design of spatially coupled LDPC codes for sliding window decoding[C]//2020 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). Piscataway: IEEE, 2020: 473-478.
- [11] IYENGAR A R, PAPALEO M, SIEGEL P H, et al. Windowed decoding of protograph-based LDPC convolutional codes over erasure channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(4): 2303-2320.
- [12] HAGIWARA M, KASAI K, IMAI H, et al. Spatially coupled quasi-cyclic quantum LDPC codes[C]//2011 IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings. Piscataway: IEEE, 2011: 638-642.

## 作者简介



石 莎 女, 计算机科学与技术学科博士. 现为西安电子科技大学通信工程学院副教授、硕士生导师. 主要研究方向为量子信息与计算、网络安全与密码.

E-mail: sshi@xidian.edu.cn



张毅军 男, 计算机科学与技术学科博士. 现为国防科技大学教师. 主要研究方向为量子计算、人工智能.

E-mail: zhangyijun\_gfkjdx@163.com



肖卓彦 男, 西安电子科技大学通信工程学院博士研究生. 主要研究方向为量子信息与量子计算.

E-mail: 1024183914@qq.com



王云江 男, 信息与通信系统学科博士. 现为西安电子科技大学通信工程学院副教授、博士生导师. 主要研究方向为量子信息与量子计算、信息论等.

E-mail: yunjiangw@xidian.edu.cn